



**Národní informační středisko
pro podporu kvality**



STATISTICKÁ REGULACE POMOCÍ VÝBĚROVÝCH PRŮMĚRŮ Z NENORMÁLNĚ ROZDĚLENÝCH DAT

Ing. Jan Král,
RNDr. Jiří Michálek, CSc.,
Ing. Josef Křepela

Duben, 2011

Co je statistická regulace?

- Jeden ze sedmi základních nástrojů pro řízení procesů.
- Osvědčená technika pro redukci počtu neshodných výrobků.
- Firmy využívají SPC pro rozhodnutí, kdy zasáhnout do procesu a korigovat ho.

Úvod

Využíváme-li pro monitorování a řízení procesů Shewhartovy regulační diagramy, musíme předpokládat, že:

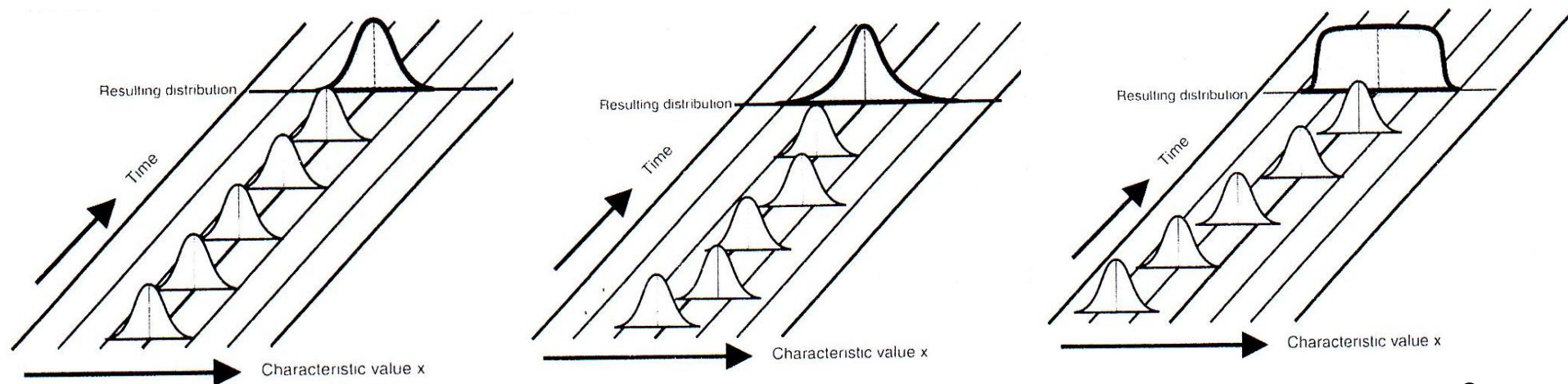
- 1) proces se nachází v statisticky zvládnutém stavu (v čase se nemění střední hodnota, ani směrodatná odchylka sledovaného znaku kvality),
- 2) distribuční funkce popisující znak kvality odpovídá modelu normálního rozdělení.

Statisticky zvládnutý proces

- První předpoklad nebývá v praxi často splněn.
- Six Sigma předpokládá kolísání střední hodnoty v jistých malých mezích $\pm 1,5 \sigma$.
- To způsobuje značný nárůst rizika planého poplachu.

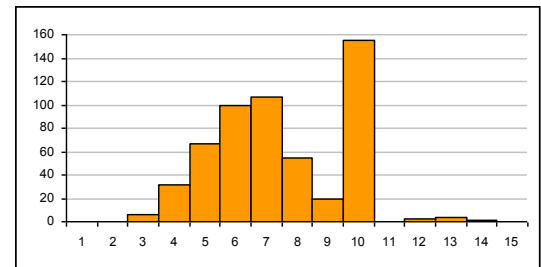
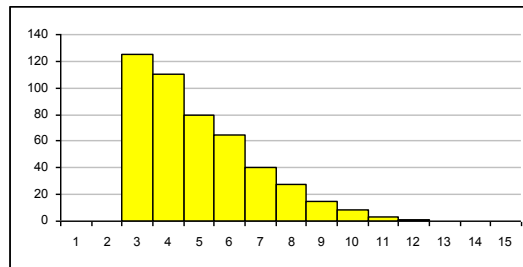
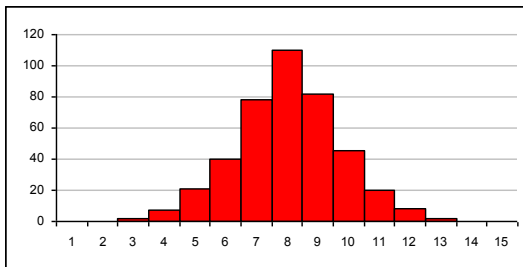
Běžné typy procesů

- A - Shewhartův proces.
- B – Průměr $\mu(t)$ je proměnný v čase.
- C - Průměr $\mu(t)$ je proměnný v čase s inherentním trendem.



Normální rozdělení

- Tento předpoklad je v praxi běžně obcházen, pokud je model rozdělení zkoumaného procesu alespoň „přibližně“ normální užitím regulačních diagramů pro výběrové průměry.



Cíl prezentace

- Cílem prezentace je ukázat na řešeném příkladu jaká nebezpečí se skrývají v formální aplikaci originálních Shewhartových mezí,
- poskytnutí návodu jak tento problém překonat s pomocí vhodné transformace dat.

Centrální limitní věta

CLV je velmi důležitý nástroj v teorii pravděpodobnosti a matematické statistice.

Formálně může být popsán následujícím způsobem:

$$\sqrt{n} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \mu \right) \rightarrow N(0, \sigma^2)$$

v distribuci.

Rychlost konvergence

Pro dobrou aproximaci Normálním rozdělením je obvykle dostatečná podskupina o rozsahu n 30-35 vzorků.

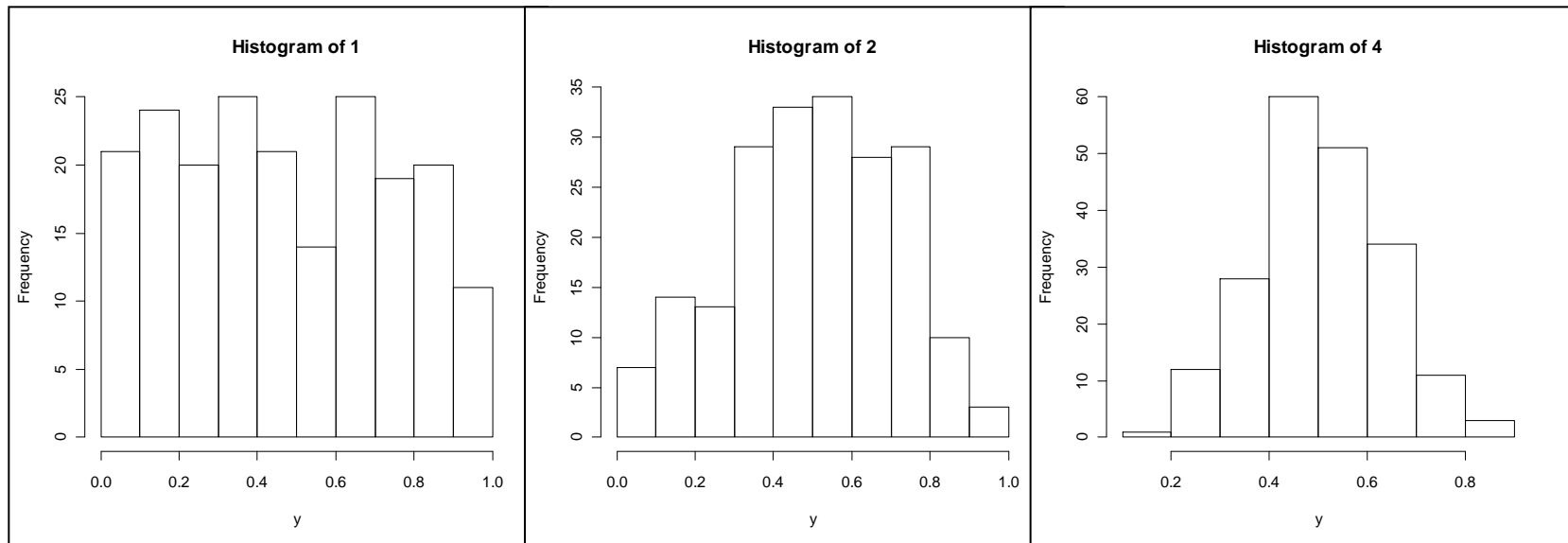
Ve skutečnosti se však setkáváme s výběry o dvou, či třech vzorcích.

Rychlost konvergence

Konvergence k normálnímu rozdělení však není závislá jen na rozsahu podskupiny n , ale také na tvaru rozdělení dat základního souboru.

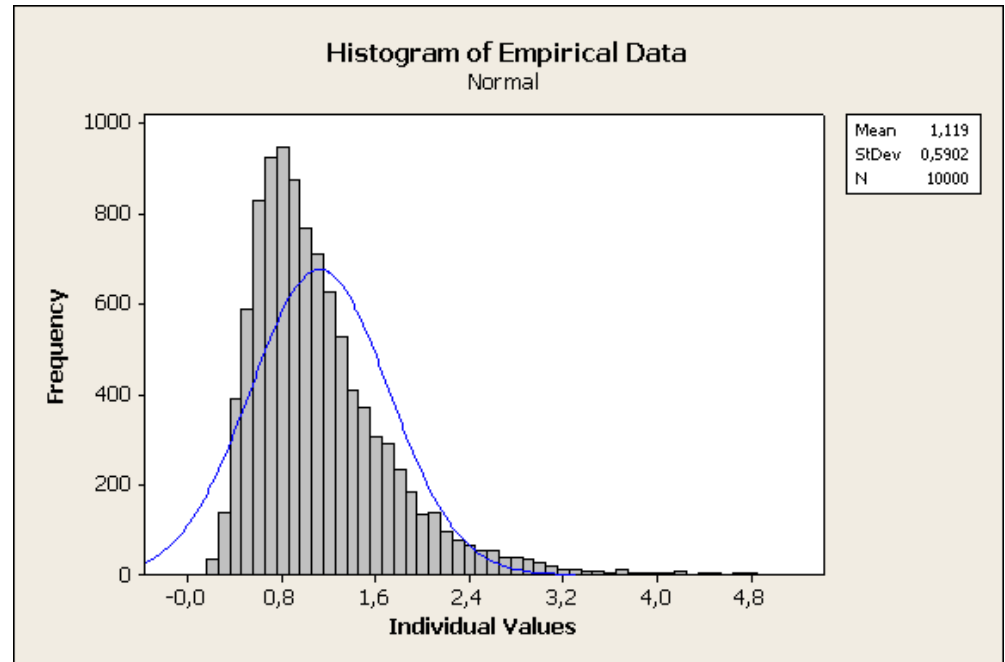
Šikmost je také velmi důležitý faktor.

Konvergence výběrových průměrů



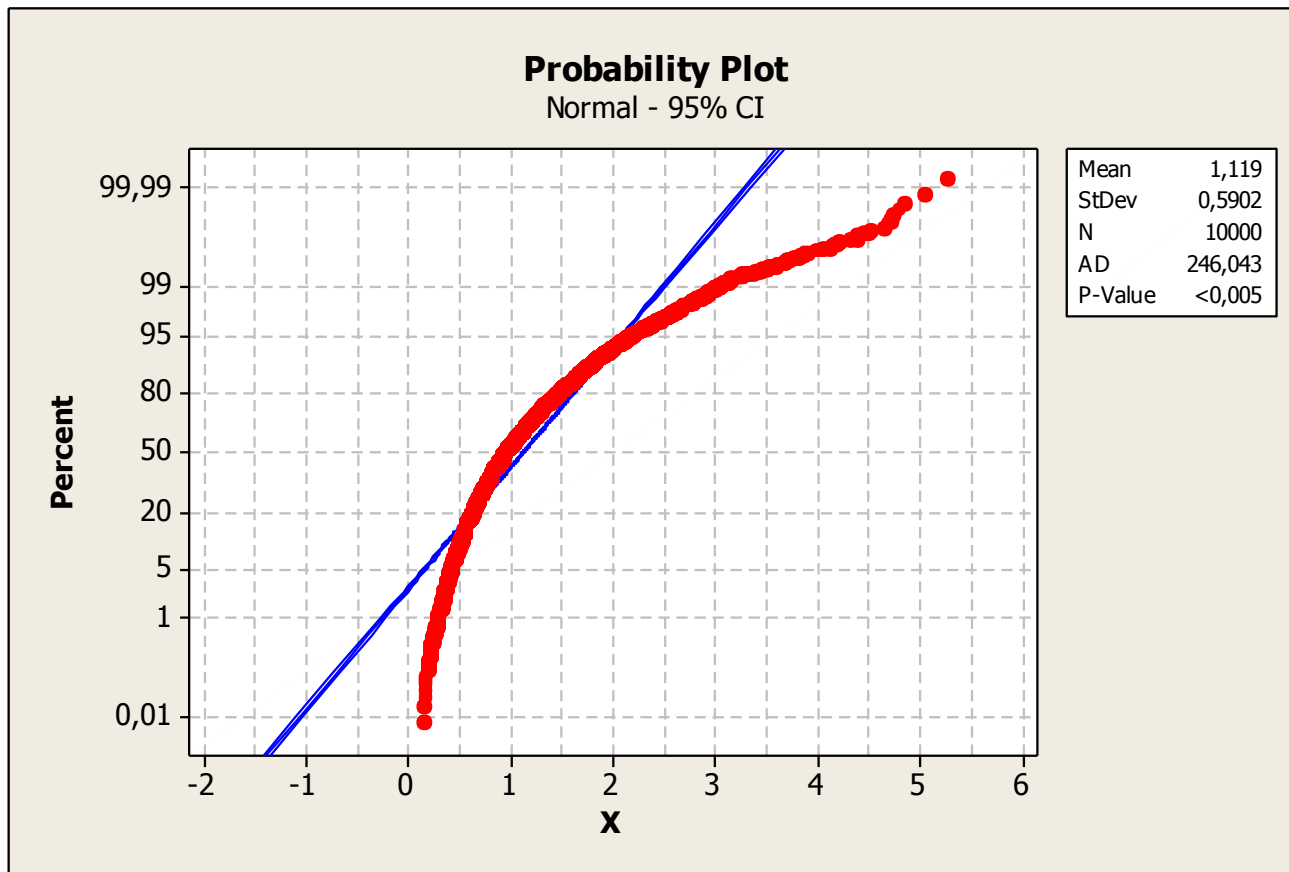
PŘÍKLAD

Podmínky:

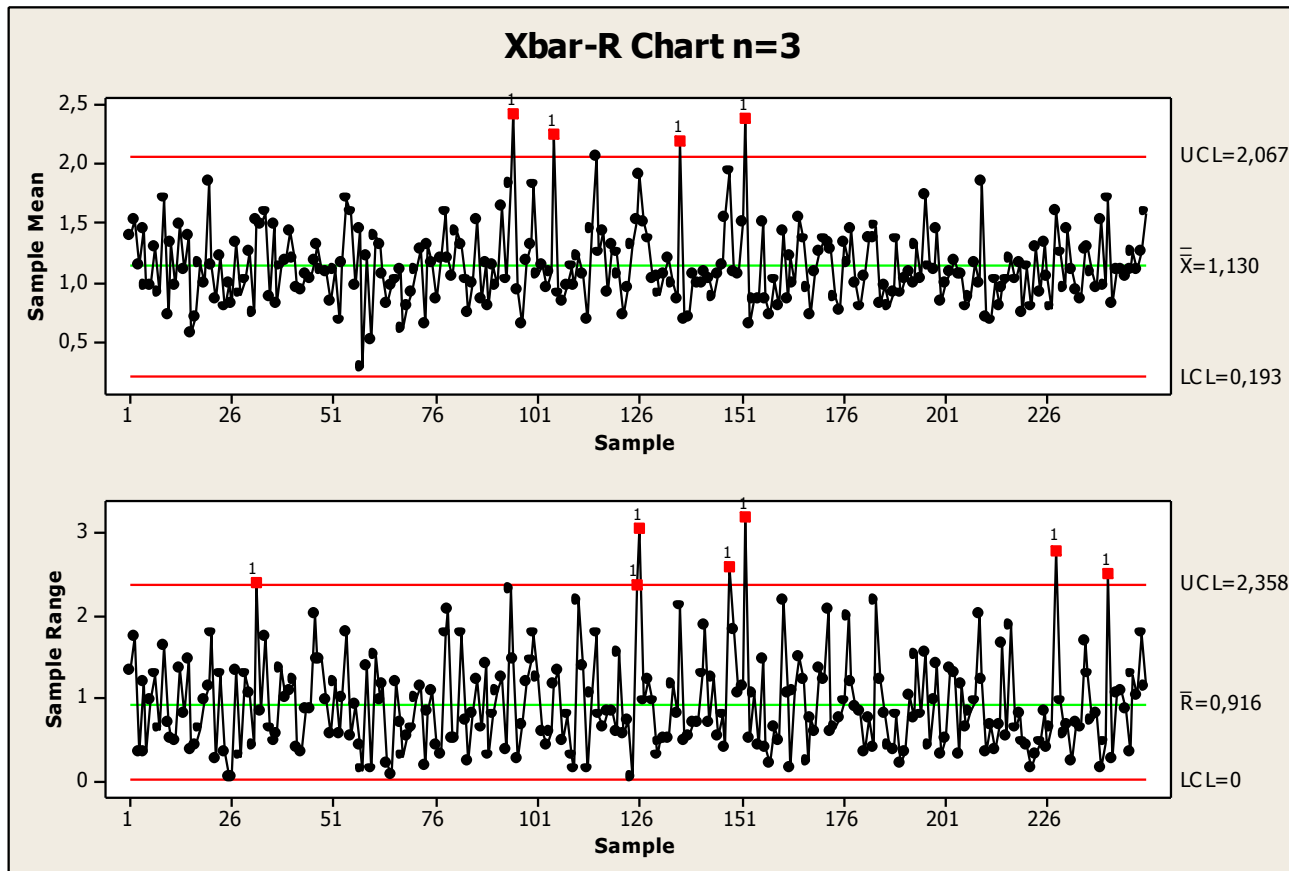


- Analyzujeme data pocházející z výrobního procesu.
- Velikost vzorku je 10 000.

Pravděpodobnostní graf



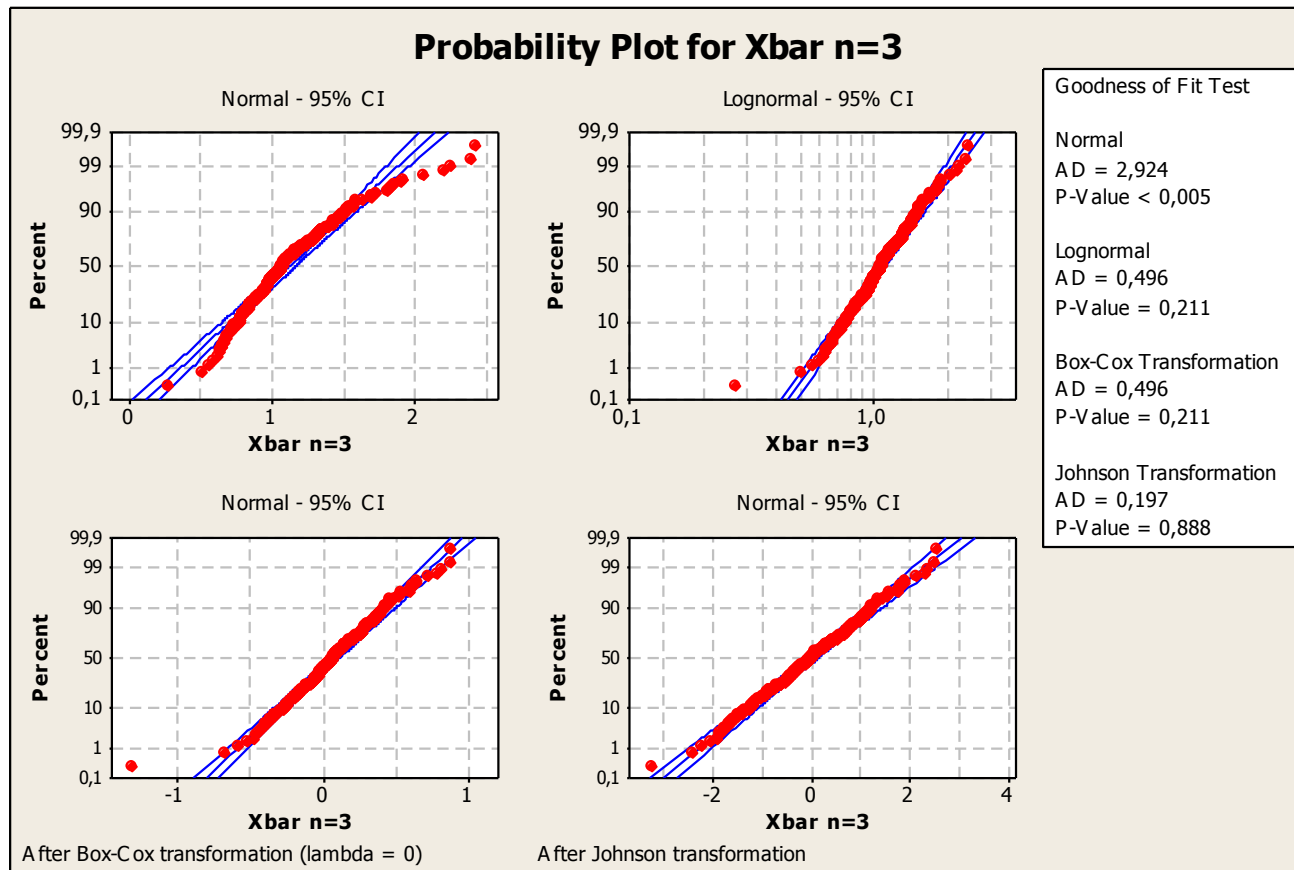
Obvyklý přístup v praxi



Doporučovaný přístup pro výběrové průměry

- Identifikace distribuční funkce pro výběrové průměry.
- Použití vhodné transformace.
- Výpočet založený na empirických percentilech.


Identifikace distribuční funkce pro výběrové průměry



Který model použijeme?

Při tomto rozhodování se budeme řídit největší p-hodnotou Anderson-Darlingova testu.

Goodness of Fit Test		
Distribution	AD	P
Normal	2,924	<0,005
Lognormal	0,496	0,211
Box-Cox Transformation	0,496	0,211
Johnson Transformation	0,197	0,888



Známa transformace

- Transformovaná data jsou rozdělená $N(0,1)$ a tak regulační meze s rizikem falešného poplachu 0,27% musí být teoreticky $-3, +3$ směrodatné odchylky.
- S použitím inverzní Johnsonovy transformace, získáme nové regulační meze respektující rozdělení pravděpodobnosti výběrových průměrů.

Známa distribuce

Lognormal:	
Percent	Percentiles
0,135	0,46178
50	1,08602
99,865	2,55414

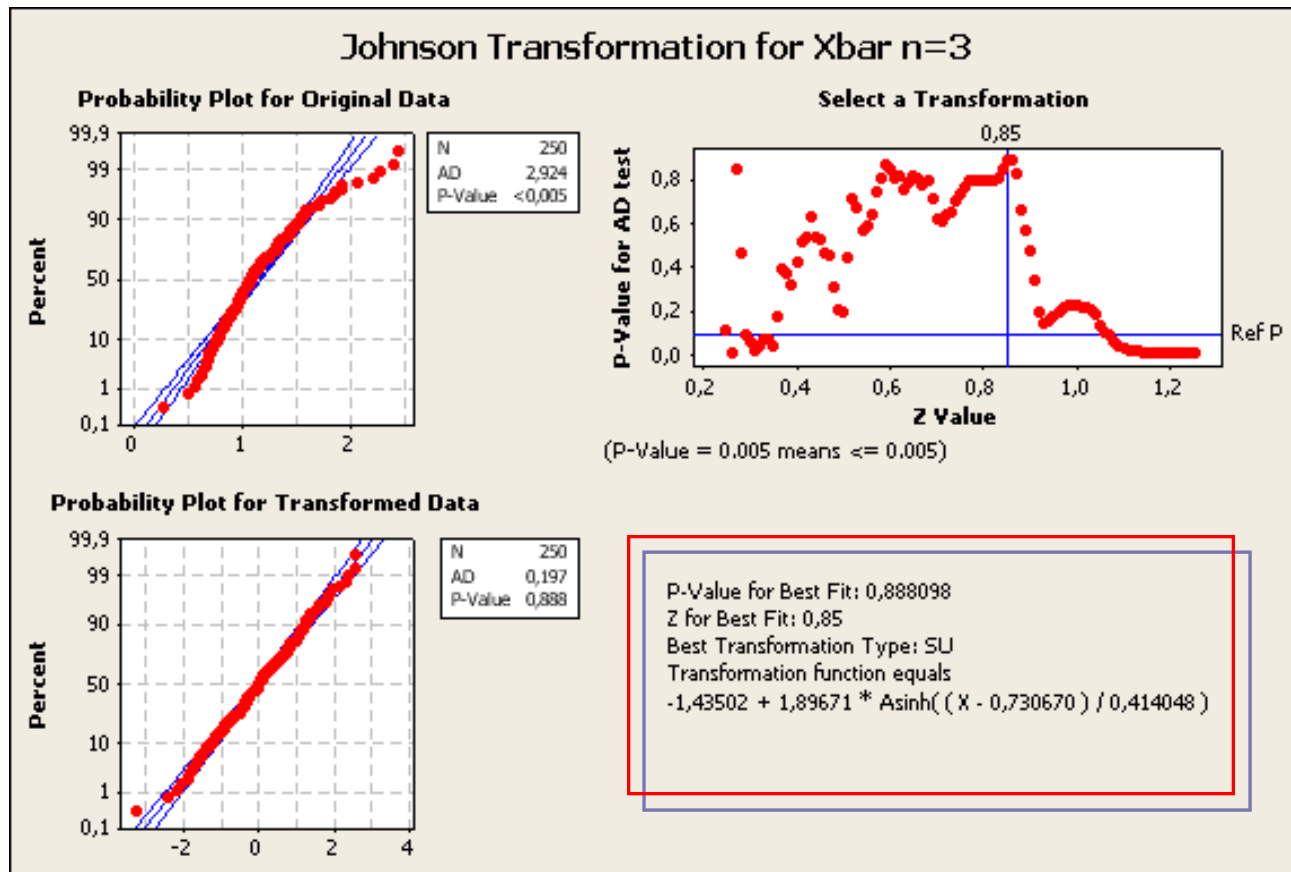
Na základě odpovídající funkce hustoty pravděpodobnosti můžeme vypočítat kvantily 0,135% a 99,865% a jejich hodnoty použít jako regulační meze pro výběrové průměry.

Parametry lognormálního rozdělení jsou obvykle odhadovány pomocí metody maximální věrohodnosti.

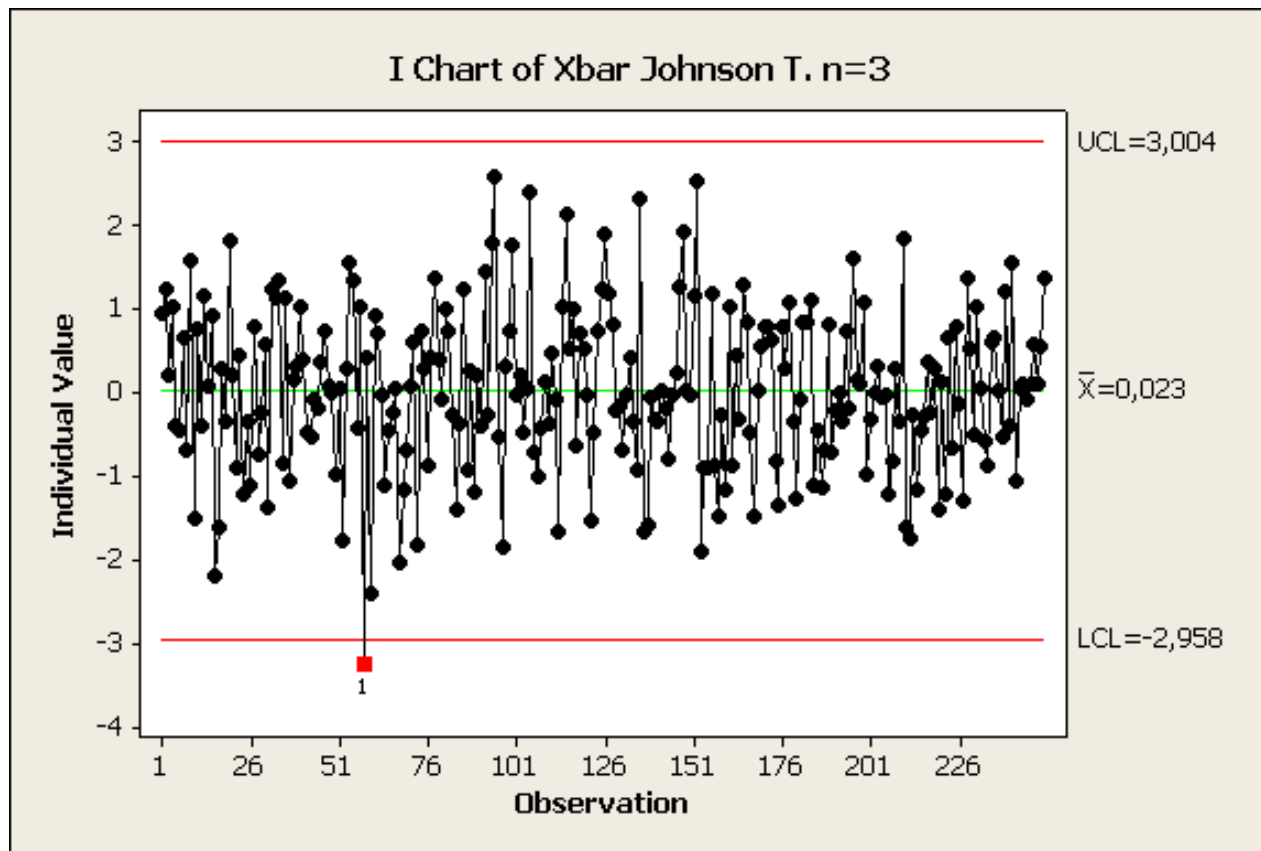
Transformace nebyla nalezena

V případě, že se nepodaří identifikovat rozdělení výběrových průměrů, ani nalézt vhodnou transformaci, regulační meze stanovíme jako empirické percentily 0,135% a 99,865%. V případě, že nemáme dostatečný vzorek dat můžeme výpočty příslušných percentilů zpřesnit metodou Bootstrap.

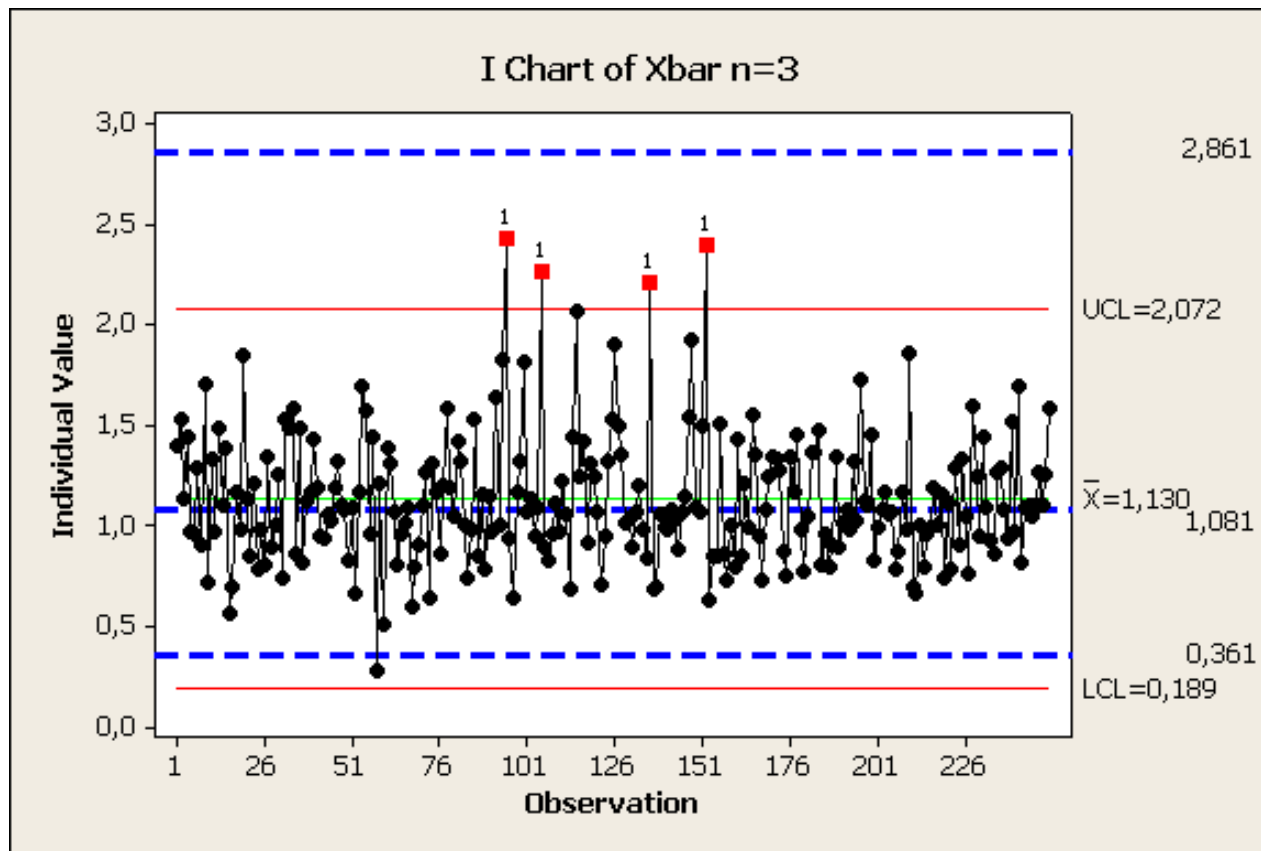
Johnsonova transformace



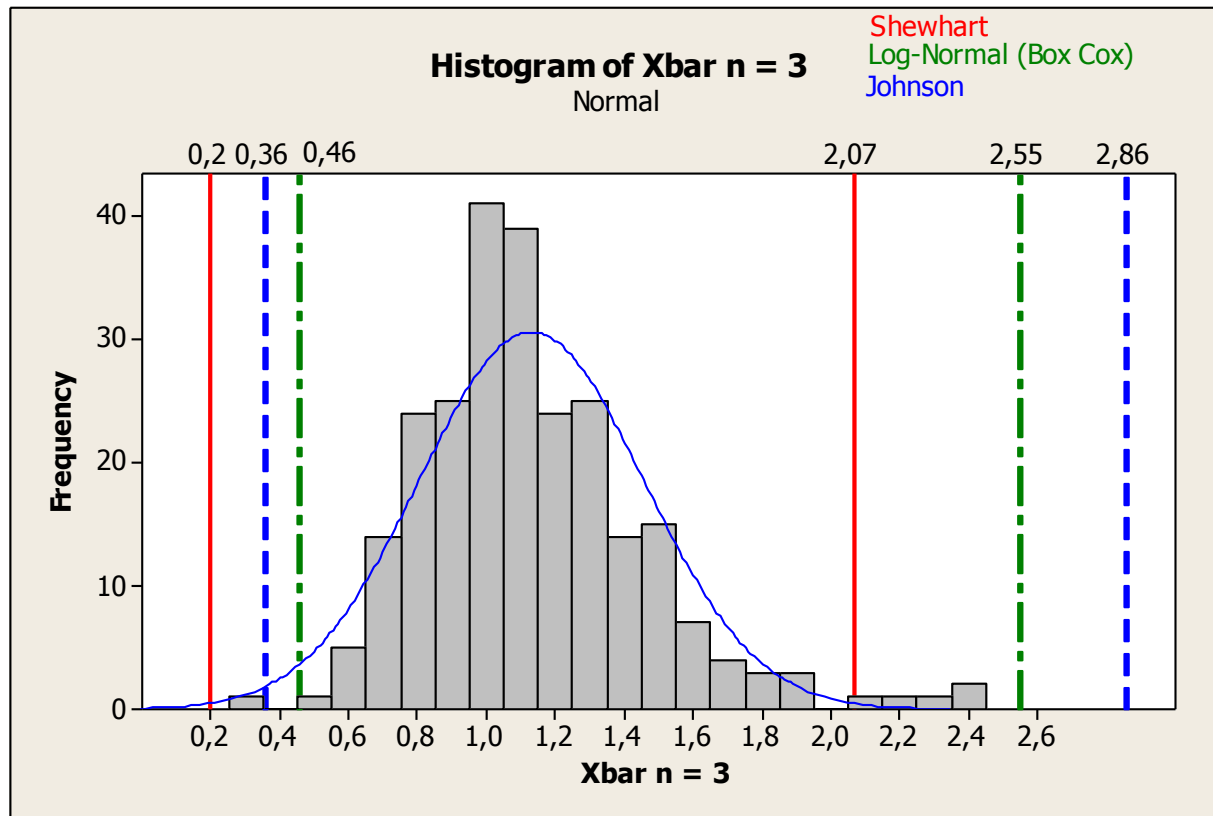
Regulační diagram pro individuální transformované hodnoty



Regulační diagram s modifikovanými mezemi



Porovnání použitých přístupů



ZÁVĚR- A

Pro sledování uvažovaného znaku kvality, který není normálně rozdělen, je možno použít běžného Shewhartova regulačního diagramu pouze pro větší rozsahy výběrů ($n \gg 10$).

Bohužel takový příklad není v praxi častý.

ZÁVĚR - B

Pro menší rozsahy výběrů, je třeba analyzovat typ rozdělení výběrových průměrů.

Pokud se rozdělení podaří identifikovat, je možné regulační meze nahradit příslušnými percentily identifikovaného rozdělení.

ZÁVĚR - C

Pokud se nepodaří rozdělení identifikovat, pak je možno použít Box-Coxovy, nebo lépe Johnsonovy transformace.

Stanovit Shewhartovy regulační meze pro transformované hodnoty a zpětnou transformací určit regulační meze pro aktuálně měřené hodnoty sledovaného znaku kvality.

ZÁVĚR - D

V případě, že bude použito Shewhartových regulačních mezí pro výběrové průměry, bez analýzy jejich rozdělení a bude se předpokládat, že jsou normálně rozděleny může dojít k výraznému nárůstu rizika planého poplachu.

CLV je silný nástroj, ale vyžaduje obezřetné použití!.

Děkuji za pozornost

